



DOSSIER PEDAGOGIQUE

| | |
|--|----------|
| 1 PRESENTATION DE LA NACELLE : | 1 |
| 1.1 DRONE DE PRISE DE VUE AERIENNE | 1 |
| 1.2 NACELLE DE DRONE | 1 |
| 2 PROBLEMATIQUE : | 2 |
| 3 MESURES DEJA EFFECTUEES : | 2 |
| 4 MODELISATION DE L'EXPERIMENTATION : | 3 |
| 5 JUSTIFICATION ET REALISATION DE L'ESSAI DE PENDULE : | 3 |
| 6 APPROXIMATION ANALYTIQUE DE L'EQUATION DE MOUVEMENT : | 4 |
| 7 TRAITEMENT DES MESURES : | 4 |
| 7.1 IDENTIFICATION DE LA PSEUDO-PULSATION | 5 |
| 7.2 IDENTIFICATION DU FROTTEMENT VISQUEUX | 5 |

DOSSIER PÉDAGOGIQUE

**Identification du moment
d'inertie et du coefficient de
frottement visqueux de l'axe de
tangage sous Python**

1 PRESENTATION DE LA NACELLE :

1.1 Drone de prise de vue aérienne

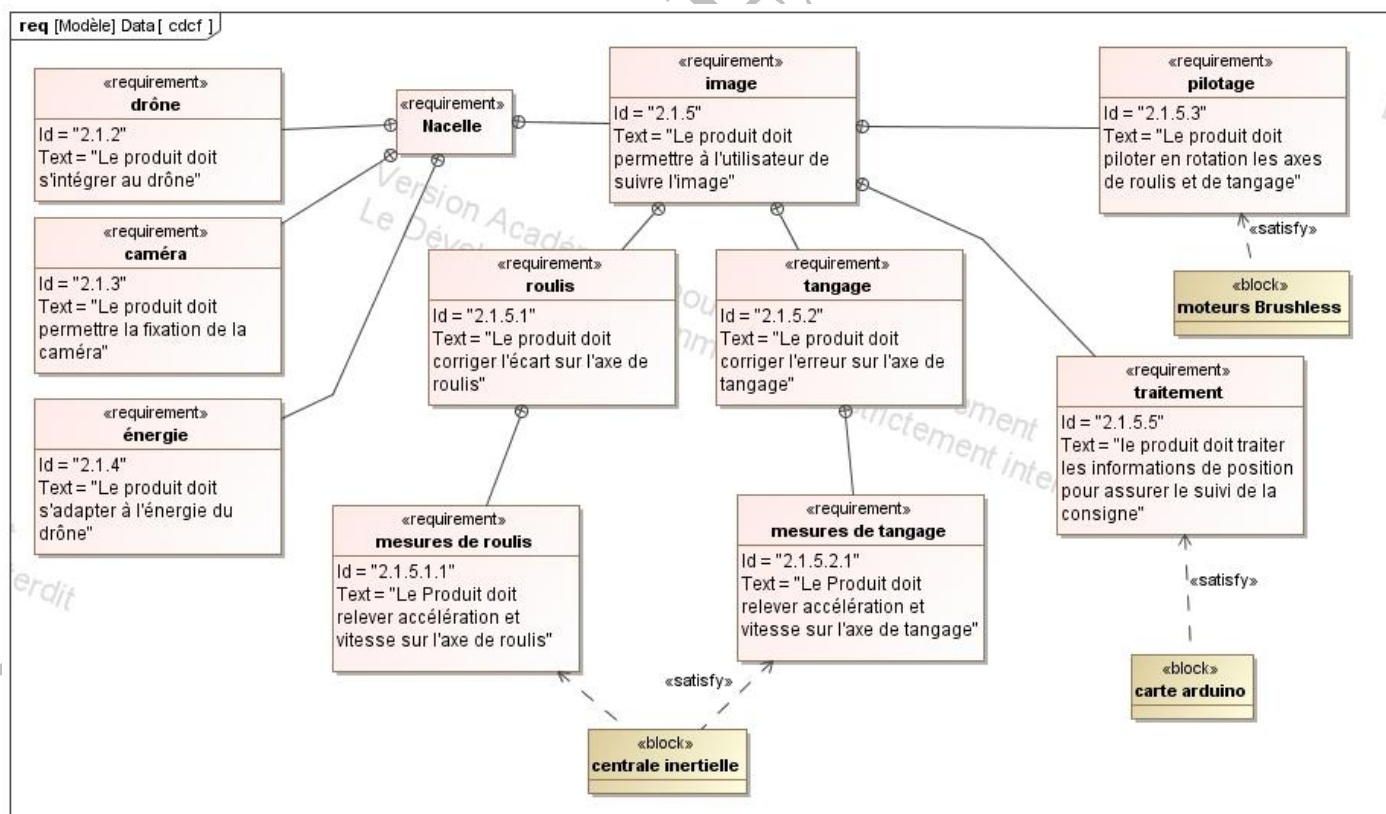
La prise de vue aérienne par drone est un secteur en plein essor. Beaucoup de télépilotes se lancent sur ce segment avec un cadrage basé sur nacelle 2 ou 3 axes. Cette technique permet de réaliser des images époustouflantes, avec des manœuvres sur des vues en oblique ou en courbe, qui sont très recherchées par les films publicitaires par exemple, car le rendu est excellent.



1.2 Nacelle de drone

De façon à obtenir des images de qualité, la nacelle doit permettre à l'appareil de prise de vue de rester dans la direction prévue par l'utilisateur, quel que soit le mouvement du drone qui le porte. Pour cela le concepteur a prévu d'asservir les deux axes de tangage et de roulis de la nacelle.

Le support d'étude dans cette activité est la nacelle de Drone asservie dans un environnement recréé.



2 PROBLEMATIQUE :

Afin de respecter le cahier des charges, un modèle de connaissance de l'asservissement de la nacelle doit être construit. A partir de ce modèle, des simulations pourront être réalisées ce qui permettra de régler le correcteur, de prévoir le comportement face à des perturbations...

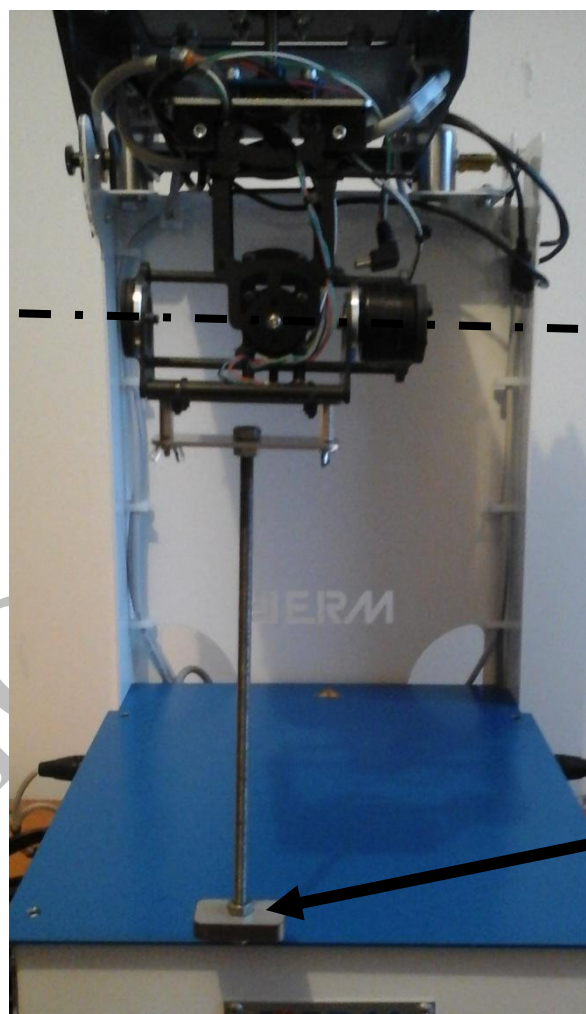
Dans cette activité, nous étudierons exclusivement l'axe de tangage.

Afin de construire ce modèle, des caractéristiques mécaniques doivent être identifiées. Les 3 caractéristiques étudiées dans cette activité, sont :

- Le moment d'inertie J de la nacelle suivant l'axe de tangage
- Le coefficient de frottement visqueux μ en supposant que le couple de frottement visqueux C_{fv} suivant l'axe de tangage s'écrit : $C_{fv} = \mu \cdot \dot{\theta}$ où $\dot{\theta}$ est la vitesse de rotation de l'axe de tangage.

3 MESURES DEJA EFFECTUEES :

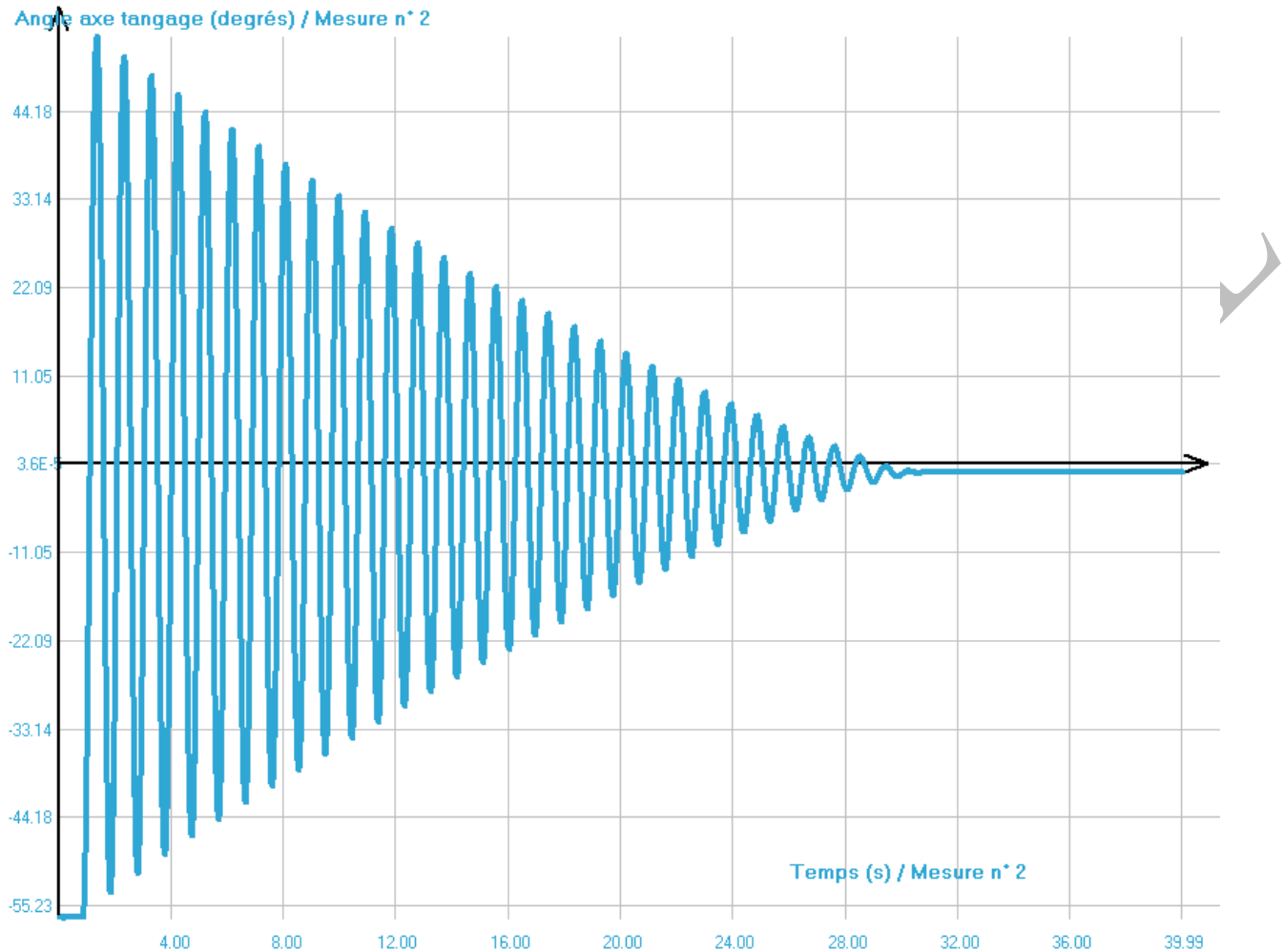
axe de tangage



masses liées à la nacelle
par la tige filetée

Des essais « de pendule soumis à son propre poids » sont réalisés. Ces essais consistent à imposer un angle de tangage initial non nul et de le lâcher (vitesse initiale nulle). Plusieurs essais sont réalisés en modifiant les masses suspendues à la nacelle. L'angle de tangage est mesuré à l'aide d'une centrale inertielle.

Voilà un exemple de mesure obtenue :



4 MODELISATION DE L'EXPERIMENTATION :

Une étude énergétique permet d'écrire :

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + \mu \frac{d\theta}{dt} + dm g \sin \theta = 0$$

Où :

J est l'inertie du pendule ramené sur l'axe de tangage

θ est l'angle de tangage

μ le coefficient de frottement visqueux

d est la distance entre le centre d'inertie du pendule et l'axe de tangage

m est la masse du pendule

g est l'accélération de pesanteur

5 JUSTIFICATION ET REALISATION DE L'ESSAI DE PENDULE :

L'objet de cette partie est de tracer l'angle de tangage en fonction du temps à partir de la modélisation précédente.

L'équation de mouvement n'admet pas de solution analytique. Vous allez donc programmer une résolution numérique de cette équation.

La solution $\theta(t)$ sera déterminée sur l'intervalle de temps $t \in [0, T]$. On note Δt le pas de temps utilisé pour la résolution. On note $\theta_i = \theta(t = i \cdot \Delta t)$.

Q1- En utilisant l'approximation de la dérivée de la méthode d'Euler explicite, écrire la relation reliant θ_{i+2} , θ_{i+1} , θ_i , Δt , J , μ , d , m et g .

On rappelle que :

$$\theta(t = 0) = \theta_0 \quad \text{et} \quad \dot{\theta}(t = 0) = 0$$

On prendra :

$$J = 1.5 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad \mu = 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \quad dm_g = 0.6 \text{ N} \cdot \text{m} \quad \theta_0 = \frac{\pi}{4}$$

Q2- Créer la fonction $\text{resolution}(T, \Delta t)$ qui retourne la liste des θ_i solution de l'équation différentielle.

Q3- Tracer la liste des θ_i pour $T=15\text{s}$ et $\Delta t = 1\text{s}$ ou $\Delta t = 0.1\text{s}$ ou $\Delta t = 0.01\text{s}$ ou $\Delta t = 0.001\text{s}$. Discuter des résultats obtenus.

6 APPROXIMATION ANALYTIQUE DE L'EQUATION DE MOUVEMENT :

Afin d'identifier le moment d'inertie de la nacelle, nous avons besoin d'une solution analytique approchée.

L'objet de cette partie est de comparer une solution analytique approchée à la solution numérique précédente.

En supposant que l'angle de tangage est petit, on peut écrire l'équation de mouvement :

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + \mu \frac{d\theta}{dt} + dm_g \theta = 0$$

On utilise la solution analytique en régime oscillatoire amorti ($z < 1$) car c'est le régime observé expérimentalement :

$$\theta_{\text{app}}(t) = \theta_0 e^{-z\omega_0 t} \left(\cos(\sqrt{1-z^2}\omega_0 t) + \frac{z}{\sqrt{1-z^2}} \sin(\sqrt{1-z^2}\omega_0 t) \right)$$

Avec :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{dm_g}{J}} \quad z = \frac{\mu}{2\sqrt{Jdm_g}}$$

Q4- Comparer les solutions numériques et analytiques.

7 TRAITEMENT DES MESURES :

A partir de la solution approchée, on définit :

- la pseudo pulsation : $\omega_n = \sqrt{1-z^2}\omega_0$
- l'argument de l'exponentielle (enveloppe de la courbe) : $\alpha = z\omega_0$

A partir de ces deux valeurs identifiées sur plusieurs essais, il est possible d'en déduire le moment d'inertie de la nacelle. Nous allons analyser qu'une mesure rassemblée dans le fichier 4masses.csv.

Q5- Ouvrir le fichier `identification_eleve.py`, remplir le chemin d'accès du fichier de mesure `4masses.csv` et expliquer les différentes étapes du programme. Tracer l'angle de tangage mesuré en fonction du temps.

L'objet de cette partie d'identifier la pseudo-pulsation et l'argument de l'exponentielle à partir des mesures.

7.1 Identification de la pseudo-pulsation

On définit la pseudo-période T_n telle que :

$$T_n = \frac{2\pi}{\omega_n}$$

La pseudo-période est le temps entre deux annulations (non successives mais séparées d'une annulation) de l'angle de tangage comme présenté sur la figure en bas de page.

Afin d'identifier la pseudo-période, on cherche à quels instants, l'angle de tangage s'annule. Bien sûr `tangage[k]` n'est jamais nul (c'est ce qu'on supposera), on rassemblera donc dans la liste `temps_zeros` les instants `temps[k]` qui précède immédiatement une annulation de l'angle de tangage. La liste `indice_zeros` rassemblera les indices `k` des instants `temps[k]` de la liste `temps_zeros`. La recherche de l'annulation de l'angle de tangage se fera jusqu'à l'instant $T=50s$.

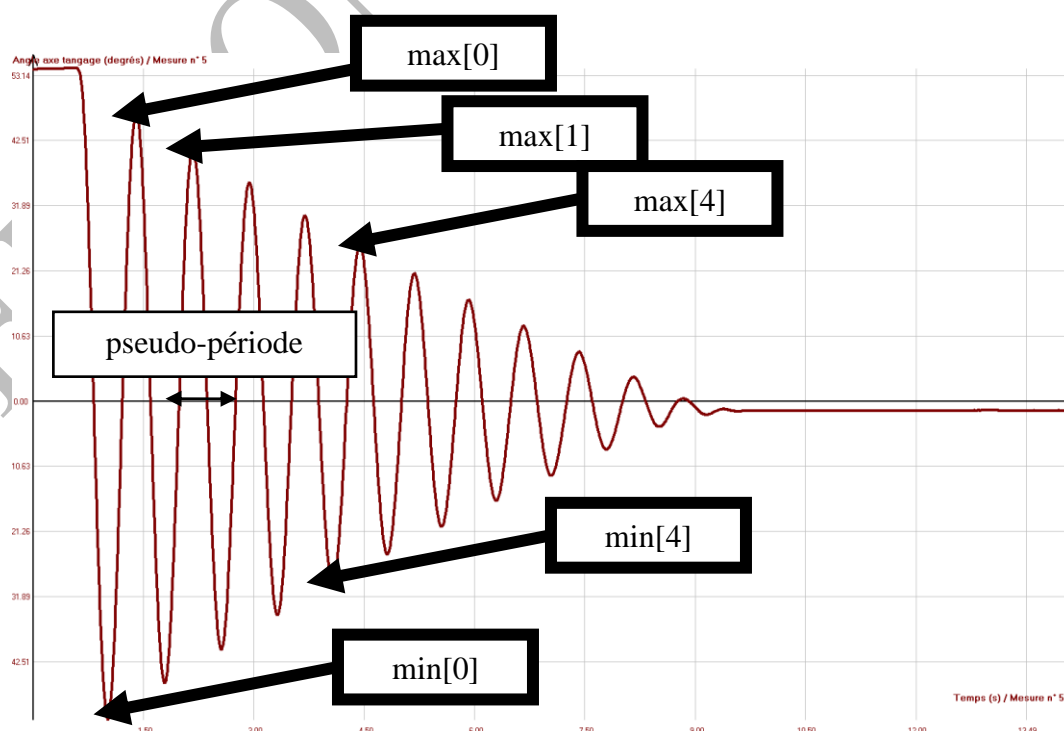
Q6- Créer les listes `temps_zeros` et `indice_zeros`.

Q7- A partir de la liste `temps_zeros`, programmer la liste `LTn` qui a pour éléments les différentes pseudo-périodes mesurées. En faisant une moyenne de ces pseudo-périodes, en déduire la pseudo-pulsation ω_n .

7.2 Identification du frottement visqueux

Pour cette question, le programme est donné dans le fichier `identification_eleve.py`. La programmation des fonctions `maxi` et `mini` sera vue dans l'année.

Q8- Expliquer de quoi sont constituées les listes `max`, `min`, `temps_max` et `temps_min`.



Afin d'identifier l'argument de l'exponentielle α , on va réaliser une régression linéaire. Nous allons travailler seulement avec les « maximums ».

On cherche α tel que l'écart entre les points $(\text{temps_max}[k], \max[k])$ et $(\text{temps_max}[k], e^{-\alpha \cdot \text{temps_max}[k]})$ soit minimisé. Le critère des moindres carrés sera utilisé.

Une régression linéaire consiste à rechercher les coefficients a et b tels que l'écart entre la droite $ax[k]+b$ et $y[k]$ soit minimisé suivant le critère des moindres carrés.

On peut montrer que :

$$a = \frac{N \cdot \sum_1^N y[k] \cdot x[k] - \sum_1^N y[k] \cdot \sum_1^N x[k]}{N \cdot \sum_1^N x[k]^2 - (\sum_1^N x[k])^2}$$

où N est le nombre de points.

Q9- Proposer un programme permettant d'identifier α à partir des maximums.

Fin du sujet.
