

CAPACITE MODELISER ET RESOUDRE : PRESENTATION ACTIVITES ELEVES
Problématique

Ce document a pour objet de fournir les relations nécessaires à la compréhension du comportement cinématique du robot et à sa programmation.

Compétence(s) issue(s) du programme officiel

Déterminer les grandeurs géométriques et cinématiques d'un mécanisme

Connaissance(s) associée(s)

*Positions, vitesses et accélérations linéaire et angulaire sous forme vectorielle
Champ des vitesses
Composition des vitesses dans le cas d'une chaîne ouverte*

Prérequis

Savoir faire

*Savoir lire un schéma
Savoir utiliser Solidworks
Connaître le cours de cinématique*

Conditions de réalisation

Durée du TP

2 heures

Nombre d'élèves

2 binômes

Critères et modalités d'évaluation liés aux objectifs pédagogiques

Formative

MISE EN ŒUVRE DE L'ACTIVITE
Environnement matériel et logiciel nécessaire

Logiciel Solidworks 2019-2020

Documents du dossier technique ou ressource à utiliser

Dossier technique

Modalités propres à ces activités

Les réponses sont portées sur document à rédiger.

Activités abordées

Schématisation - Calcul

1. Fonction du robot de surveillance

Riley est un petit robot connecté et intelligent qui surveille votre maison de façon interactive. Il est doté d'une caméra HD qui permet de surveiller un lieu à distance et il dispose d'une vision infrarouge pour les conditions de nuit. Grâce à sa connexion Wi-Fi il est possible de l'utiliser à distance via une application Smartphone.

2. Présentation succincte

De manière générale, on regroupe sous l'appellation robots mobiles l'ensemble des robots à base mobile, par opposition notamment aux robots manipulateurs (série ou parallèle).

Un robot mobile est une machine automatique capable de se mouvoir dans un environnement donné.

Ce robot mobile *fig. 1* est constitué principalement :

- d'un s-e Corps (s-e = sous-ensemble) équipé de quatre roues d'axes fixes et parallèles ; les deux roues arrières sont motrices et les deux roues avant sont folles ; les roues sont chaussées de chenilles ;
- d'un s-e Potence lié complètement au s-e Corps à l'intérieur duquel se trouve un motoréducteur d'entraînement en rotation, autour d'un axe parallèle à celui des roues, du s-e Effecteur ;
- d'un s-e Effecteur qui est un détecteur de mouvement qui comporte une caméra, une vision infrarouge et un microphone. Il est entraîné en rotation par le s-e Sortie réducteur effecteur.

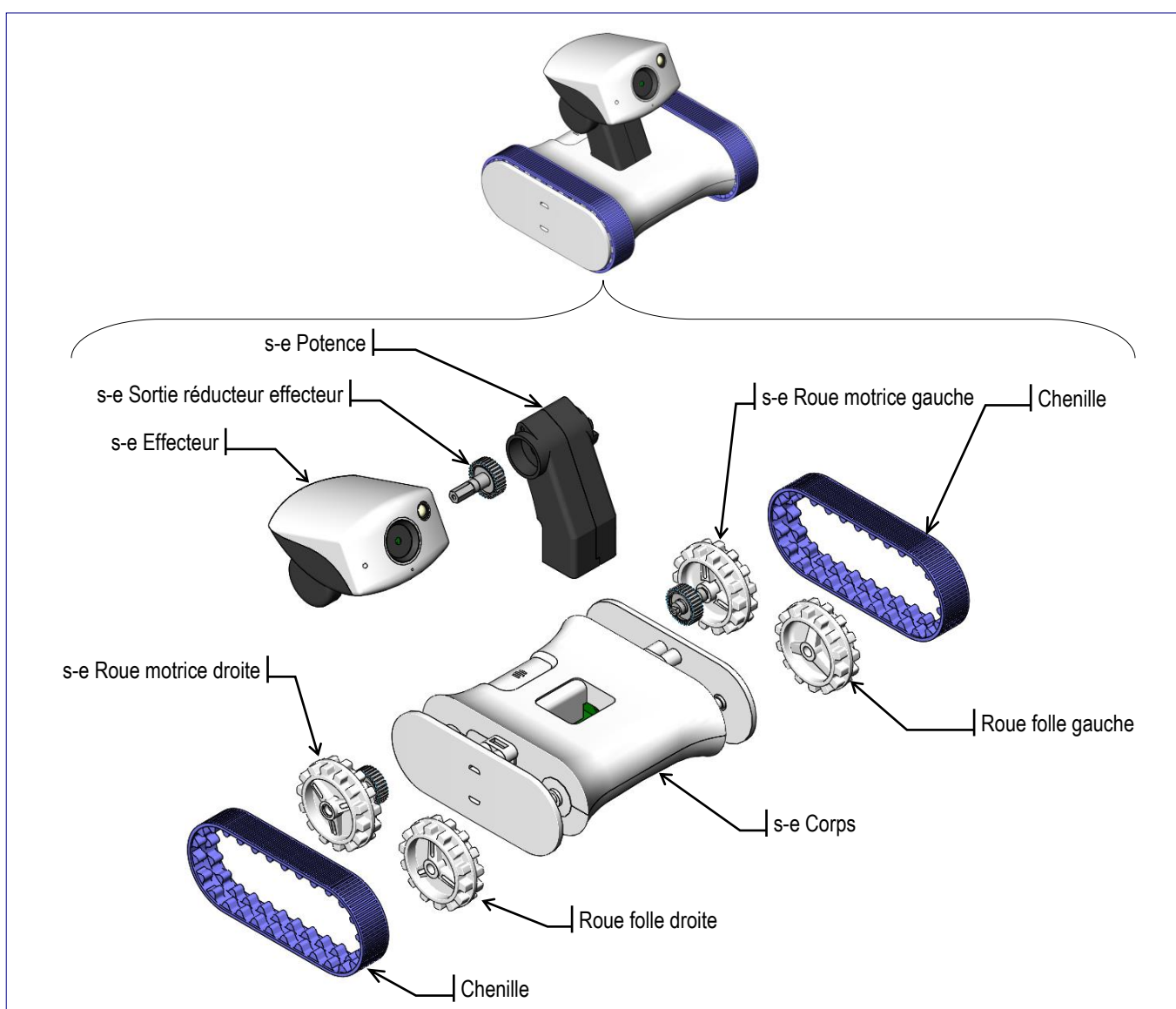


fig. 1 : Eclaté de la maquette numérique du robot de surveillance

La *fig. 2* donne le schéma cinématique de ce robot de surveillance.

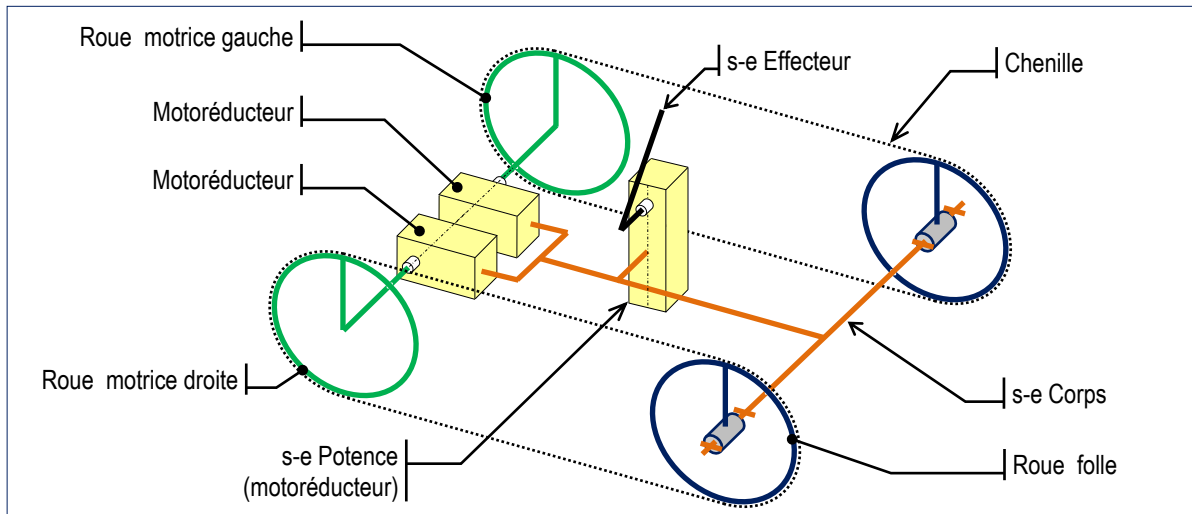


fig. 2 : Schéma cinématique minimal du robot de surveillance

3. Modélisation cinématique du robot de surveillance

3.1. Paramétrage

La fig. 3 donne le le paramétrage géométrique du schéma cinématique du robot dépouillé des moteurs, des réducteurs, etc. Ce robot est principalement constitué :

- d'un corps 1 auquel est lié le repère $O_1; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1$.
- de quatre roues identiques en liaison pivot supposée sans jeux et d'axes parallèles. Les roues 2 et 3 en liaison pivot d'axe $O_2; \vec{y}_1$ et $O_3; \vec{y}_1$ par rapport au corps 1 sont motrices. Les deux autres roues 4 et 5 sont folles. Les quatre roues, équipés des chenilles, sont en contact considéré comme ponctuel en J et K d'une part et Pet Q d'autre part avec le sol 0, idéalement plan. Les roues sont de même rayon R qui prend en compte l'épaisseur de la chenille. Les points O_2, O_3, O_4 et O_5 sont les centres respectifs des roues et sont placés tels que $\vec{O}_1\vec{O}_2 = -L\vec{x}_1 - l\vec{y}_1$; $\vec{O}_1\vec{O}_3 = -L\vec{x}_1 + l\vec{y}_1$; $\vec{O}_1\vec{O}_4 = L\vec{x}_1 - l\vec{y}_1$ et $\vec{O}_1\vec{O}_5 = L\vec{x}_1 + l\vec{y}_1$.

La fig. 4 montre l'orientation des roues 2 et 3 par rapport à 1:

$$\theta_2 = \left(\begin{matrix} \vec{x}_1 & \vec{x}_2 \end{matrix} \right) = \left(\begin{matrix} \vec{z}_1 & \vec{z}_2 \end{matrix} \right) \text{ et } \theta_3 = \left(\begin{matrix} \vec{x}_1 & \vec{x}_3 \end{matrix} \right) = \left(\begin{matrix} \vec{z}_1 & \vec{z}_3 \end{matrix} \right).$$

Le repère $O_0; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0$ est lié au sol 0. $\vec{z}_0$ est le vecteur unitaire de la verticale.

Le plan $O_1; \vec{x}_1, \vec{y}_1$ du corps 1 reste constamment parallèle au plan $O_0; \vec{x}_0, \vec{y}_0$ du sol. En conséquence le corps 1 est en mouvement plan sur plan avec le sol 0 et la situation du robot par rapport au sol est donnée par :

- sa position $\vec{O}_0\vec{O}_1 = x_1\vec{x}_0 + y_1\vec{y}_0 + R\vec{z}_0$:
- et son orientation par l'angle $\theta_1 = \left(\begin{matrix} \vec{x}_0 & \vec{x}_1 \end{matrix} \right) = \left(\begin{matrix} \vec{y}_0 & \vec{y}_1 \end{matrix} \right)$ avec $\vec{z}_1 = \vec{z}_0$.

Les vitesses de rotation angulaires seront notées : $\vec{\Omega}_{1/0} = \frac{d\theta_1}{dt}\vec{z}_0 = \dot{\theta}_1\vec{z}_0$, $\vec{\Omega}_{2/1} = \frac{d\theta_2}{dt}\vec{y}_1 = \dot{\theta}_2\vec{y}_1$ et $\vec{\Omega}_{3/1} = \frac{d\theta_3}{dt}\vec{y}_1 = \dot{\theta}_3\vec{y}_1$.

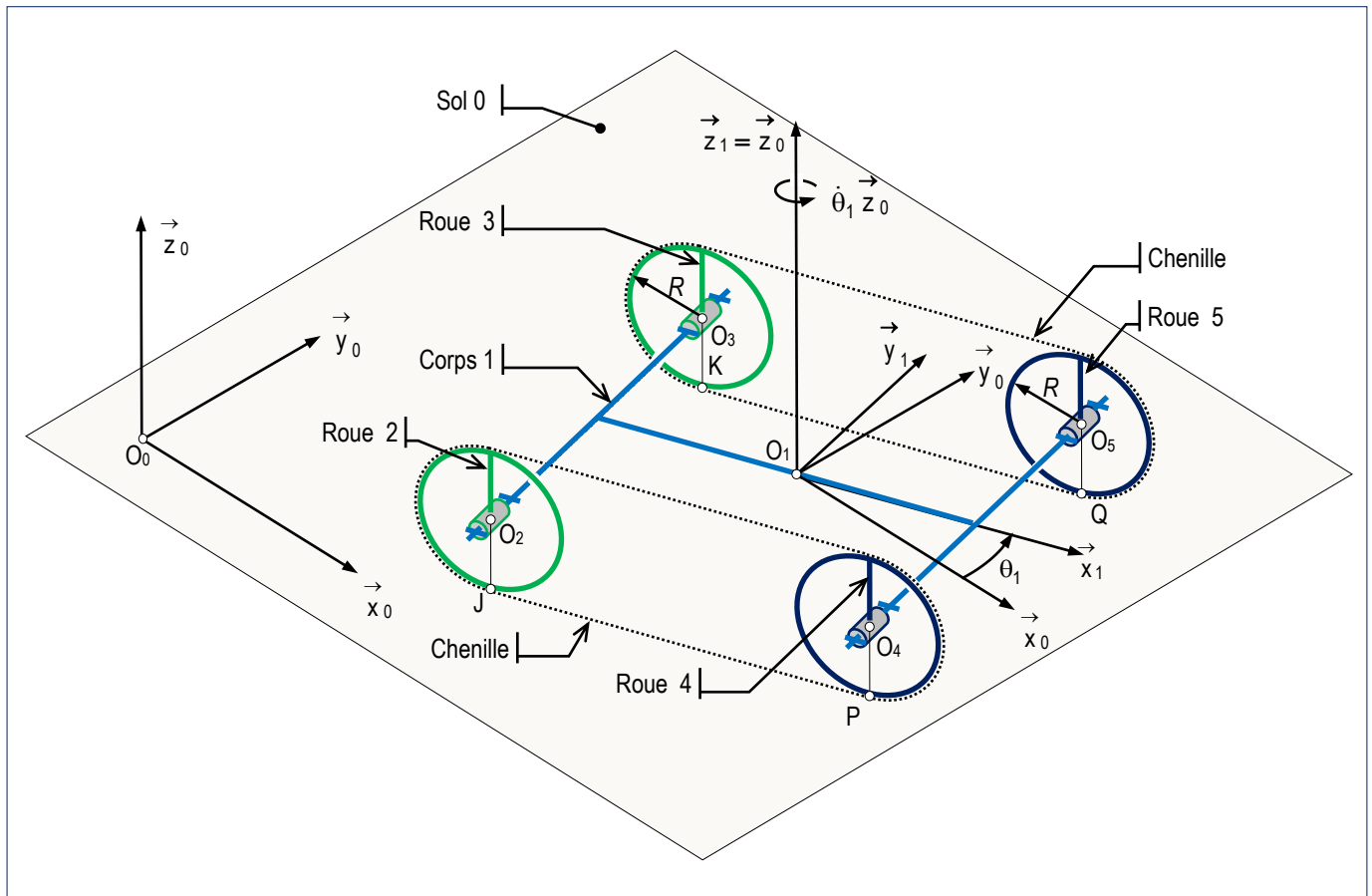


fig. 3 : Paramétrage

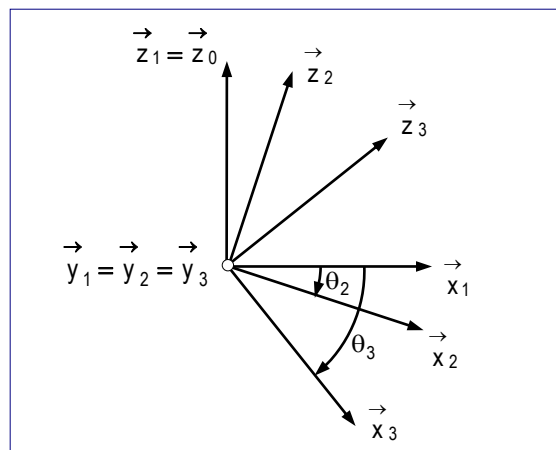


fig. 4 : Bases d'orientation des roues motrices 2 et 3 par rapport au corps 1

4. Activités

Binômes 1 et 2

Objectif :

Déterminer les relations entre les vitesses de rotation des roues et les vitesses des points du corps 1.

Le corps 1 est en mouvement plan sur plan par rapport au sol 0.

Le point I_{10} est le Centre Instantané de Rotation (CIR) du corps 1 par rapport au sol 0 et ρ est le rayon de courbure de la trajectoire du point

O_1 du corps 1. Le vecteur vitesse du point O_1 en mouvement par rapport au sol 0 $\vec{V}_{O_1/0} = v_1 \vec{x}_1$ est perpendiculaire à $\vec{O}_1 I_{10}$.

La fig. 5 donne la configuration de l'étude à effectuer.

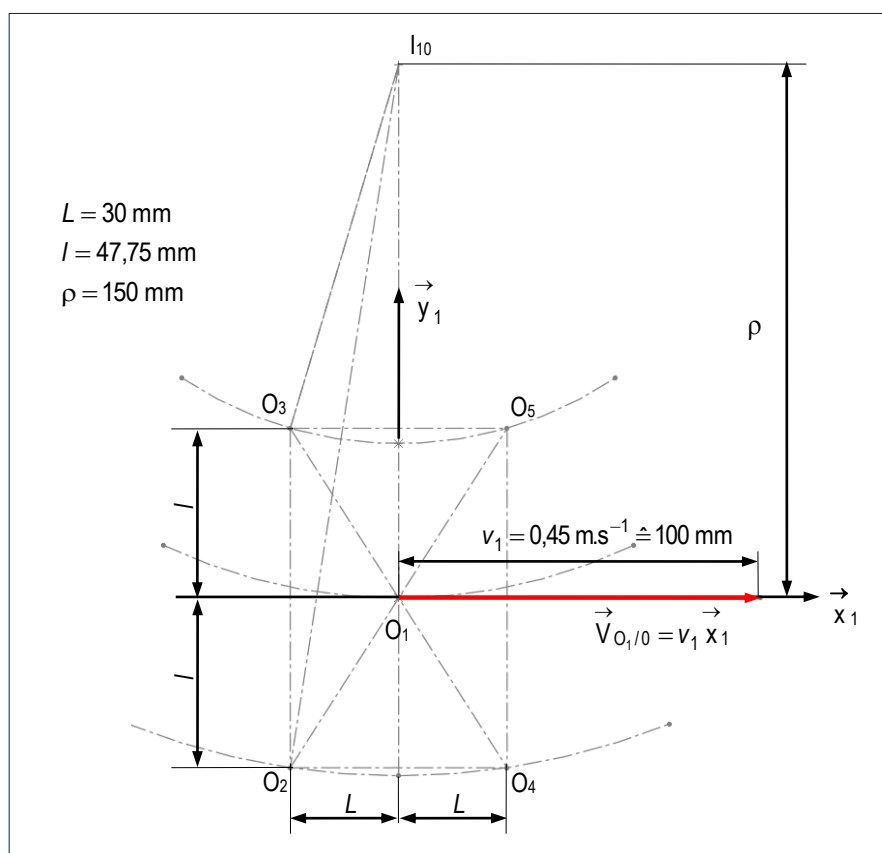


fig. 5

Binôme 1

Q1. 1 : Tracer à la main ou à l'aide d'un logiciel de dessin la fig. 5.

Q1. 2 : Déterminer graphiquement, par application de la propriété d'équiprojectivité du champ des vecteurs vitesses, le vecteur vitesse du point O_2 , $\vec{V}_{O_2/0}$ connaissant $\vec{V}_{O_1/0}$ et le CIR I_{10} .

On note $\|\vec{V}_{O_1/0}\| = v_1$ et $\|\vec{V}_{O_2/0}\| = v_2$, $I_{10}O_2 = r_2$

Q1. 3 : Calculer numériquement v_2 , r_2 et $\dot{\theta}_1$.

Binôme 2

Q2.1 : Tracer à la main ou à l'aide d'un logiciel de dessin la fig. 5.

Q2.2 : Déterminer graphiquement, sans appliquer la propriété d'équiprojectivité du champ des vecteurs vitesses, le vecteur vitesse du point O_3 , $\vec{V}_{O_3/0}$ connaissant $\vec{V}_{O_1/0}$ et le CIR I_{10} .

On note $\|\vec{V}_{O_1/0}\| = v_1$ et $\|\vec{V}_{O_3/0}\| = v_3$, $I_{10}O_2 = r_3$

Q2.3 : Calculer numériquement v_3 , r_3 et $\dot{\theta}_1$.

Binômes 1 et 2

On note $\|\vec{V}_{O_4/0}\| = v_4$ et $\|\vec{V}_{O_5/0}\| = v_5$.

Q1 : Tracer une figure montrant les vecteurs vitesses des points O_2 , O_3 , O_4 et O_5 . Conclure quant à la vitesse angulaire $\dot{\theta}_1$ et aux valeurs des vitesses v_2 , v_3 , v_4 et v_5 .

- Soit la roue 2 qui roule sur le sol 0 (fig. 6). Au point de contact J on considère trois points distincts :
 - le point matériel J appartenant au sol 0 noté $J \in 0$;
 - le point matériel J appartenant à la roue 2, $J \in 2$;
 - le point géométrique de contact J qui n'appartient ni à 2 ni à 0.

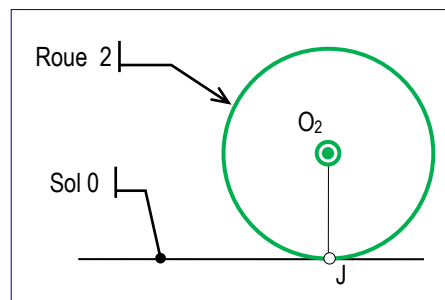


fig. 6

- On considère que le rayon R des quatre roues prend en compte l'épaisseur des chenilles.

On suppose que chaque chenille s'enroule sans glisser sur chaque roue motrice (fig. 3). En conséquence :

$$\vec{V}_{J \in 2/1} = \vec{V}_{J \in \text{chenille}/1} \text{ et } \vec{V}_{K \in 3/1} = \vec{V}_{K \in \text{chenille}/1}$$

D'autre part la transmission de mouvement d'une roue motrice à la roue folle correspondante se fait sans glissement alors :

$$\vec{V}_{J \in 2/1} = \vec{V}_{P \in 4/1} \text{ et } \vec{V}_{K \in 3/1} = \vec{V}_{Q \in 5/1}$$

- Le théorème de composition des vitesses appliqué au point J permet d'écrire :

$$\vec{V}_{J \in 1/0} = \vec{V}_{J \in 1/2} + \vec{V}_{J \in 2/0}$$

Le vecteur $\vec{V}_{J \in 2/0}$ est appelé vecteur de glissement de 2 par rapport à 0. Dans le cas où $\vec{V}_{J \in 2/0} = \vec{0}$ on dit qu'il y a roulement sans glissement de 2 par rapport à 0.

Binôme 1

Q1. 4 : Ecrire la relation vectorielle liant $\vec{V}_{J \in 1/0}$ et $\vec{V}_{O_2 \in 1/0}$.

Q1. 5 : Exprimer $\vec{V}_{J \in 2/1}$ en fonction de R et de $\dot{\theta}_2$. Tracer ce vecteur vitesse sur la fig. 7.

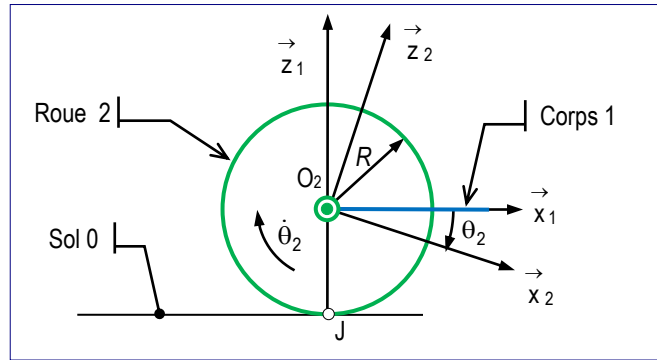


fig. 7

Q1. 6 : Le vecteur vitesse de glissement en J $\vec{V}_{J \in 2/0}$ peut-il être égal au vecteur nul. Pourquoi ?

Binôme 2

Q2. 4 : Ecrire le théorème de composition des vecteurs vitesses au point K pour la roue 2 entre les solides 0, 1 et 3.

Q2. 5 : Ecrire la relation vectorielle liant $\vec{V}_{K \in 1/0}$ et $\vec{V}_{O_3 \in 1/0}$

Q2. 6 : Exprimer $\vec{V}_{K \in 3/1}$ en fonction de R et de $\dot{\theta}_3$. Tracer ce vecteur vitesse sur la fig. 8.

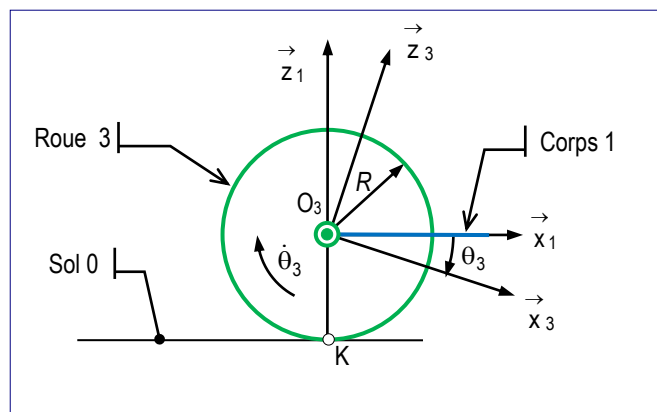


fig. 8

Q2.7 : Le vecteur vitesse de glissement en K $\vec{V}_{K \in 3/0}$ peut-il être égal au vecteur nul ? Pourquoi ?

Compte tenu du fonctionnement du sous-ensemble constitué des roues 2 et 4 et de la chenille il est possible de placer des roues fictives de même rayon R et dont les centres sont sur la trajectoire des points O_2 et O_4 et situés entre ceux-ci.

Soit une roue fictive 2' de rayon R , d'axe A ; $\vec{y}_1$ qui tourne à la même vitesse angulaire que les roues 2 et 4, A' est la projection de A sur le sol (fig. 9).

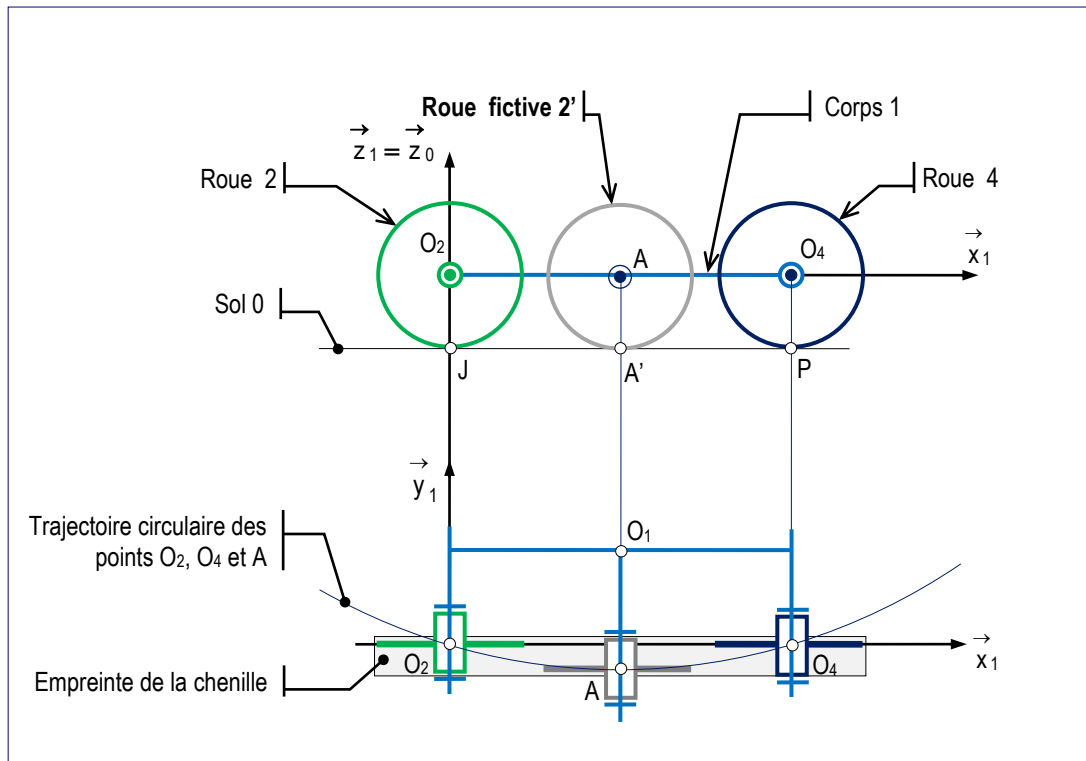


fig. 9

Binômes 1 et 2

On note $\vec{V}_{A \in 1/0} = v_A \vec{x}_1$

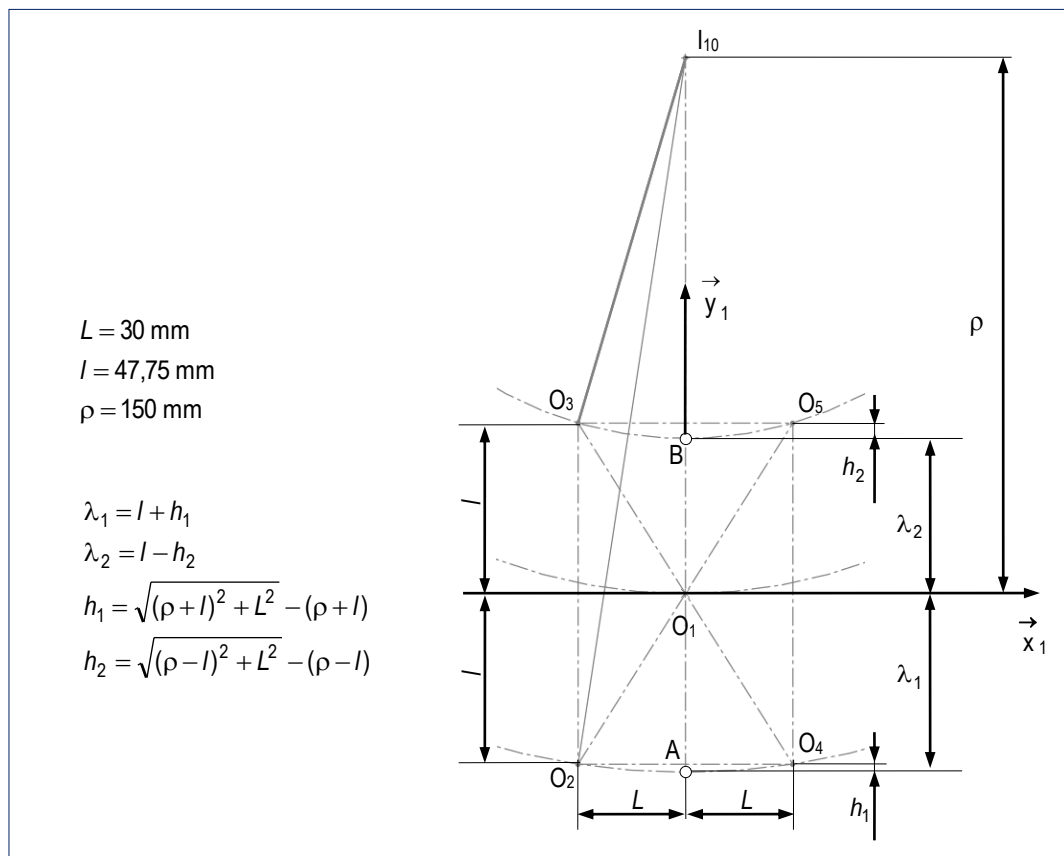
Q2 : Ecrire le théorème de composition des vitesses au point A' entre les solides 0, 1 et la roue fictive 2'. Conclure sur l'orientation et la norme du vecteur vitesse de glissement $\vec{V}_{A' \in 2'/0}$.

Par hypothèse, au point A' , la roue fictive 2' roule sans glisser sur le sol soit $\vec{V}_{A' \in 2'/0} = \vec{0}$.

Il est possible de mettre en place une roue fictive 3' d'axe B ; $\vec{y}_1$ qui tourne à la vitesse $\vec{\Omega}_{3'/1} = \frac{d\theta_3}{dt} \vec{y}_1 = \dot{\theta}_3 \vec{y}_1$ et considérer que comme pour

la roue 2' elle roule sans glisser sur le sol (fig. 10), $\vec{V}_{B' \in 3'/0} = \vec{0}$. On note B' la projection orthogonale de B sur le sol.

Ainsi le robot se comporte cinématiquement comme un robot dit unicycle (deux roues 2' et 3').



La géométrie du robot est donnée fig. 10.

fig. 10 : Paramétrage géométrique du robot

Q 3 : Calculer littéralement $\vec{V}_{A \in 1/0}$ et $\vec{V}_{B \in 1/0}$ en fonction λ_1 , λ_2 , ρ et $\dot{\theta}_1$.

Q 4 : Calculer littéralement $\vec{V}_{A' \in 2'/1}$ et $\vec{V}_{B' \in 3'/1}$ en fonction R et $\dot{\theta}_2$ ou $\dot{\theta}_3$.

Rappel :

$$\vec{V}_{A' \in 2'/1} = -\vec{V}_{A' \in 1/2'} \text{ et } \vec{V}_{B' \in 3'/1} = -\vec{V}_{B' \in 1/3'}.$$

Q 5 : A partir des quatre résultats précédents exprimer littéralement le rayon de courbure ρ de la trajectoire en fonction des vitesses angulaires et de λ_1 et λ_2 .

Q 6 : Calculer littéralement la vitesse angulaire du corps 1 par rapport au sol en fonction de $\dot{\theta}_1$, $\dot{\theta}_2$ et $\dot{\theta}_3$.

Q 7 : Déterminer le mouvement du robot par rapport au sol si $\dot{\theta}_2 = \dot{\theta}_3$.

On envisage le cas où le CIR du robot I_{10} est situé en O_1 (fig. 11).

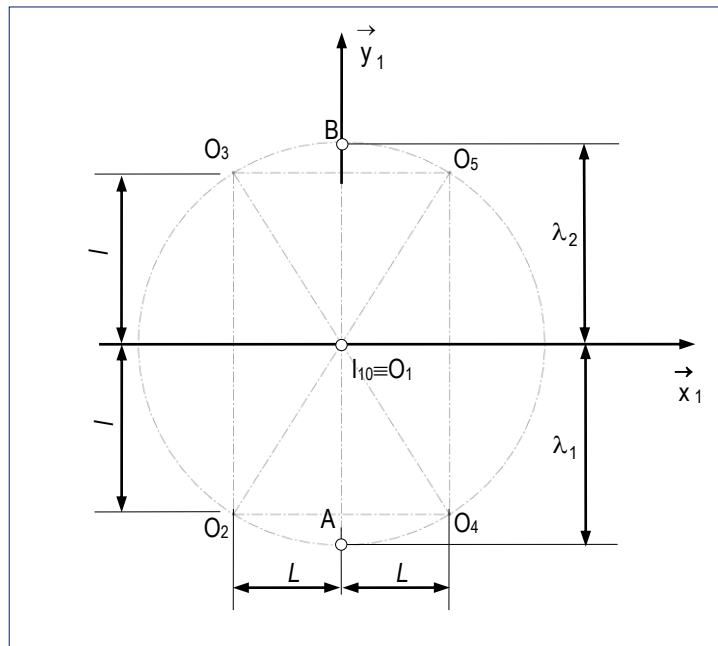


fig. 11

Q 8 : Déterminer le mouvement du robot par rapport au sol dans le cas de la fig. 11.

Q 9 : Déterminer les vitesses angulaires des roues pour un mouvement circulaire de rayon $\rho = r = 150$ mm du robot à vitesse constante $\dot{\theta}_1 = \omega_1 = 3 \text{ rad.s}^{-1}$. On note $\dot{\theta}_3 = \omega_3$ et $\dot{\theta}_2 = \omega_2$.

FICHE DE FORMALISATION DES CONNAISSANCES ET DES COMPETENCES

1- CONNAISSANCES ABORDEES DU PROGRAMME

Connaissances abordées du programme	Niveau ciblé : expression	Savoir appris maîtrisé	Je saurai en parler	Non maîtrisé
<i>Positions, vitesses et accélérations linéaire et angulaire sous forme vectorielle</i> <i>Champ des vitesses</i> <i>Composition des vitesses dans le cas d'une chaîne ouverte</i>	2			

2- COMPETENCES ABORDEES DU PROGRAMME

Compétences abordées du programme	Acquis	Je saurai refaire avec de l'aide	Non acquis
<i>Déterminer les grandeurs géométriques et cinématiques d'un mécanisme</i>			

ANNEXE 1

Mouvement plan sur plan

Définition

Le mouvement d'un solide 2 par rapport à un solide 1 est dit plan (ou plan sur plan), s'il existe un plan π_2 lié à 2 qui reste constamment en coïncidence avec un plan π_1 lié à 1. Soit π ce plan commun.

Conséquences

- La liaison fictive ou réelle de 2 par rapport à 1 est une liaison appui plan selon π . En conséquence le repérage de 2 par rapport à 1 ne nécessite que trois paramètres.
- Le vecteur instantané de rotation est perpendiculaire au plan π .
- Toutes les vitesses des points prélevés dans le plan π sont situées dans le plan π .

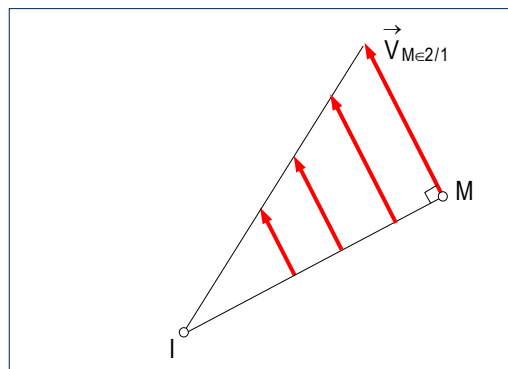
Centre instantané de rotation

On démontre qu'à l'instant t le mouvement de 2 par rapport à 1 est une rotation (si le vecteur instantané de rotation n'est pas égal au vecteur nul) dont le centre I est nommé centre instantané de rotation (CIR). Le segment IM est perpendiculaire à $\vec{V}_{M \in 2/1}$ ($\perp$).

Si le vecteur instantané de rotation est égal au vecteur nul alors le mouvement de 2 par rapport à 1 est une translation. Le point I est rejeté à l'infini.

Dans le cas général d'un mouvement plan sur plan le CIR n'est fixe ni dans 1 ni dans 2.

Tous les points de 2 ont même vitesse angulaire par rapport à 1. En conséquence la vitesse $V_{M \in 2/1}$ varie linéairement avec la distance IM .

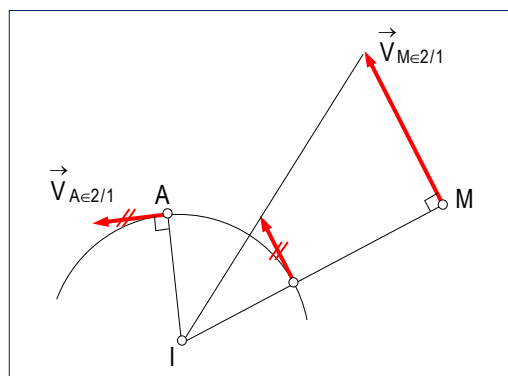


Exploitation graphique du CIR

Détermination de la vitesse d'un point M lié à 2 dans son mouvement par rapport à 1 connaissant le CIR I et la vitesse d'un point A

Méthode 1

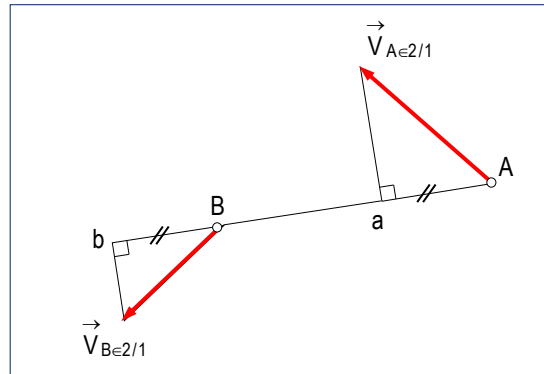
La figure ci-dessous explique la construction à l'aide de la règle graduée et du compas ou d'un logiciel de dessin.



Méthode 2

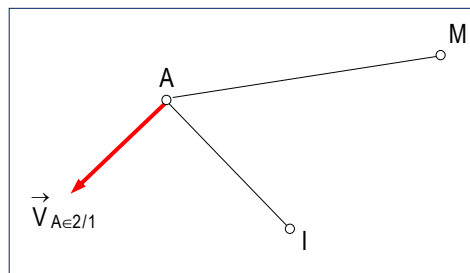
Le champ des vitesses d'un solide est équiprojectif.

On montre que le vecteur $\vec{V}_{A \in 2/1}$ admet sur $\vec{AB}$ la même projection que $\vec{V}_{B \in 2/1}$. En d'autres termes : $\vec{V}_{A \in 2/1} \cdot \vec{AB} = \vec{V}_{B \in 2/1} \cdot \vec{AB}$ soit $\vec{Aa} = \vec{Bb}$.



Cette deuxième méthode exploite la propriété d'équiprojectivité. La figure ci-dessous est construite de la façon suivante :

- on connaît $\vec{V}_{A \in 2/1}$ et les positions du CIR I et du point M.



- la droite Δ support de $\vec{V}_{M \in 2/1}$ est construite perpendiculairement à IM. La propriété d'équiprojectivité se traduit par $\vec{Mm} = \vec{Aa}$. En relevant la perpendiculaire en m à AM sur Δ d'où $\vec{V}_{M \in 2/1}$.

